

Adaptatividade na Tomada de Decisão Multicritério

A. H. Tchemra

Resumo – Este artigo tem como objetivo apresentar as principais características de uma extensão da tabela de decisão adaptativa, denominada Tabela de Decisão Adaptativa Estendida. Este dispositivo adaptativo tem por finalidade apoiar aplicações de tomada de decisão multicritério. Um algoritmo geral de tomada de decisão para o dispositivo adaptativo é implementado, com a incorporação de procedimentos das tabelas de decisão convencionais, dos métodos multicritério e das técnicas adaptativas. O formalismo e a aplicabilidade da Tabela de Decisão Adaptativa Estendida mostram sua viabilidade de uso nos processos decisórios que possuem múltiplos critérios.

Palavras-chave: adaptatividade, tabela de decisão adaptativa, tomada de decisão, métodos multicritério.

I. INTRODUÇÃO

A adaptatividade é uma técnica que permite agregar a um dispositivo dirigido por regras características de automodificação [1]. Essa característica muda o comportamento e a estrutura do dispositivo, de forma dinâmica, automática, e sem a intervenção de agentes externos, atuando principalmente em seu conjunto de regras. Nestas condições, os métodos da Tecnologia Adaptativa podem ser amplamente empregados nos diferentes tipos de processos decisórios.

Processos decisórios, em geral, são processos dinâmicos que buscam soluções para problemas de tomada de decisão. Esses problemas exigem do responsável pela decisão a escolha de apenas uma solução, entre as várias alternativas disponíveis, mas que, simultaneamente, satisfaça as várias restrições ou critérios existentes nos problemas. A presença de múltiplos critérios leva a um conjunto de regras, que podem indicar as possíveis soluções para aquele problema. Segundo [2], nestas circunstâncias, os métodos multicritério de apoio à decisão são os mais adequados para a obtenção da solução.

O objetivo deste artigo é apresentar a Tabela de Decisão Adaptativa Estendida formalizada em [3] e sua potencialidade

como dispositivo adaptativo aplicado em processos de tomada de decisão multicritério.

Este artigo apresenta na seção II a formalização da Tabela de Decisão Adaptativa Estendida e suas principais características, seguida pela seção III que descreve a operação da Tabela de Decisão Adaptativa Estendida. A seção IV apresenta os métodos multicritério utilizados nos processos de tomada de decisão. A seção V apresenta uma aplicação da Tabela de Decisão Adaptativa Estendida como ferramenta de apoio em processos que envolvam múltiplos critérios. Finalmente, na seção VI são apresentadas as conclusões e considerações sobre o dispositivo adaptativo apresentado.

II. TABELA DE DECISÃO ADAPTATIVA ESTENDIDA

A Tabela de Decisão Adaptativa (*TDA*), formalizada por [1], utiliza como dispositivo subjacente uma tabela de decisão, na qual é acrescentada uma camada adaptativa. A tabela de decisão, que é a convencional, é composta por linhas que contêm as condições do problema e por colunas que formam o seu conjunto de regras. A camada adaptativa adicionada é composta por um conjunto de linhas onde são definidas as funções adaptativas, cujas ações adaptativas, quando executadas, modificam o conjunto de regras e, em consequência, a quantidade de colunas da tabela, não havendo alteração na quantidade de linhas. A estrutura geral da *TDA* é apresentada em [1] e em [3].

A *TDA* utilizada por [1] simula um autômato adaptativo para reconhecer sentenças de linguagens dependentes de contexto. Nela, as regras do processo de reconhecimento são memorizadas e modificadas com a ajuda de um conjunto de funções adaptativas, responsáveis por sua automodificação, de forma independente, apresentando novas informações e novos resultados para o processo em execução.

Pela ampla aplicabilidade da *TDA*, uma extensão da *TDA* é formalizada por [3] para atuar como elemento central de um procedimento de tomada de decisão envolvendo múltiplos critérios simultâneos. Esta extensão é denominada Tabela de Decisão Adaptativa Estendida (*TDAE*).

A *TDAE* tem como objetivo apoiar, por meio de uma formulação expressiva, processos decisórios de problemas

semi-estruturados, nos quais existem passos conhecidos, mas insuficientes para uma tomada de decisão [4].

Na $\mathcal{TDAE}$ são implementadas técnicas que incorporam algoritmos clássicos de métodos multicritério, e usa técnicas adaptativas para que o sistema se automodifique, tanto na sua estrutura, como no seu comportamento, de forma autônoma, e gere respostas para o processo de tomada de decisão.

Para o usuário/decisor, a $\mathcal{TDAE}$ permite, por exemplo: modelar problemas de decisão semi-estruturados, para seu melhor entendimento; fornecer condições para que o decisor expresse suas preferências e seus julgamentos a respeito das informações do problema, de forma consistente; analisar os critérios impostos às regras do problema e suas combinações, além de apresentar alternativas de solução para situações não previstas anteriormente; interagir com o sistema e assim obter soluções viáveis para os problemas.

A estrutura geral da $\mathcal{TDAE}$ para aplicações de decisões

		colunas das ações adaptativas	colunas das regras
Tabela de Decisão Convencional	linhas dos critérios	conjunto de ações adaptativas elementares	valores dos critérios
	linhas das alternativas		ações a serem aplicadas
Conjunto de Funções Auxiliares	linhas das funções auxiliares		funções auxiliares a serem chamadas
Camada Adaptativa	linhas das funções adaptativas		ações adaptativas a serem executadas

multicritério é apresentada na figura 1.

Figura 1 – Estrutura geral da $\mathcal{TDAE}$

A formulação da $\mathcal{TDAE}$ é dada pela tripla: $\mathcal{TDAE}=(\mathcal{TDA}, \mathcal{FM}, \mathcal{M})$, onde $\mathcal{TDA}$ é a Tabela de Decisão Adaptativa clássica, $\mathcal{FM}$ é um conjunto de funções auxiliares e $\mathcal{M}$ é o método multicritério a ser aplicado para um particular problema de decisão, que não é destacado na estrutura, pois o método multicritério permeia e atua sobre todos os outros elementos da $\mathcal{TDAE}$.

O conjunto $\mathcal{FM}$ de funções auxiliares tem por objetivo estabelecer uma comunicação entre a camada adaptativa e o restante da tabela, e operam como uma interface, efetuando operações que seriam demasiadamente extensas se expressas na forma de funções adaptativas convencionais. Essas funções têm a capacidade de calcular e alterar valores utilizados para avaliação das condições que determinam a aplicação das regras.

Cabe observar que as funções em $\mathcal{FM}$ devem ser executadas antes da aplicação da regra que a referencia, porque o funcionamento da $\mathcal{TDAE}$ depende dos valores calculados por elas. A implementação das funções do conjunto

$\mathcal{FM}$, a exemplo do que acontece com as alternativas da tabela de decisão subjacente, é definida externamente e sua operação não é explicitada na tabela. Por outro lado, a operação das chamadas dessas funções ocorre de maneira similar ao de uma chamada de função adaptativa, exceto pelo fato de que as funções em $\mathcal{FM}$ devem ser executadas em primeiro lugar.

A Tabela de Decisão Adaptativa clássica $\mathcal{TDA}$ segue o mesmo formalismo definido por [1], e é formada pela dupla $\mathcal{TDA}=(\mathcal{TDN}, \mathcal{CA})$, onde $\mathcal{TDN}$ representa a tabela de decisão subjacente (não adaptativa) e $\mathcal{CA}$ o mecanismo adaptativo, que devem ser instanciados de forma tal que implemente de fato os procedimentos pertinentes ao método $\mathcal{M}$ escolhido de decisão multicritério.

Admitindo que o conjunto de critérios do problema de decisão seja $C=\{c_i, 1 \leq i \leq m\}$ finito, a tabela subjacente $\mathcal{TDN}$ é definida por $\mathcal{TDN}=(\mathcal{CT}, \mathcal{R}, \mathcal{CV}, t_0, \mathcal{AT}, \mathcal{A})$, onde:

- $\mathcal{CT}$: conjunto de todas as configurações possíveis da tabela de decisão;
- $\mathcal{R}$: conjunto finito de regras de decisão: $\mathcal{R}=\{r_j, 1 \leq j \leq n\}$; cada regra $r_j \in \mathcal{R}$ é formada por $r_j=(d_{i,j}, x_{k,j})$, onde:
 $d_{i,j}$: representa um valor para o critério c_i na regra r_j ;
 $x_{k,j}$: valor que sinaliza a alternativa a_k para a regra r_j ;
- $\mathcal{CV}$: conjunto finito dos valores $d_{i,j}$ válidos para os critérios c_i ;
- $t_0 \in \mathcal{CT}$ é a configuração inicial da tabela de decisão;
- $\mathcal{AT} \subseteq \mathcal{CT}$ é o subconjunto de configurações aceitas da tabela de decisão;
- $\mathcal{A}$ é o conjunto finito de alternativas do problema:
 $\mathcal{A}=\{a_k, 1 \leq k \leq p\}$.

Deve-se observar que uma configuração da tabela de decisão é a imagem da tabela em cada instante, na qual são mostrados os critérios, as alternativas, as regras e as combinações válidas de condições contidas no conjunto de regras. Os valores $d_{i,j}$ e $x_{k,j}$, são sempre binários, indicando critério presente ("S") ou ausente ("N"), e alternativa assinalada ("X").

A camada adaptativa $\mathcal{CA}$ é associada ao conjunto de regras $\mathcal{R}$ e na $\mathcal{TDAE}$ é definida pela dupla $\mathcal{CA}=(\mathcal{FA}, \mathcal{RA})$:

- $\mathcal{FA}$: conjunto de funções adaptativas:
 $\mathcal{FA}=\{\mathcal{FAD}_s, 1 \leq s \leq nf\}$, no qual cada função adaptativa $\mathcal{FAD}$ quando instanciada e chamada com os respectivos argumentos, executa as ações adaptativas que a compõe;
- $\mathcal{RA}$: conjunto de regras composto pelas regras da tabela de decisão subjacente e pelas chamadas adaptativas.

Cada função adaptativa pode ser expressa pela ênupla $\mathcal{FAD}=(NF, P, V, G, \mathcal{BA}, \mathcal{AD}, \mathcal{AA})$, onde cada elemento representa:

- NF: identificação da função;

- P : conjunto de np parâmetros $P = \{p_i, 1 \leq i \leq np\}$;
- V : conjunto de nv variáveis $V = \{v_i, 1 \leq i \leq nv\}$;
- G : conjunto de ng geradores $G = \{g_i, 1 \leq i \leq ng\}$;
- $\mathcal{BA}$: indica ação adaptativa anterior (opcional);
 $\mathcal{BA} \quad \mathcal{AD}$;
- $\mathcal{AD}$: representa o corpo da função adaptativa e é composto por um conjunto de ações adaptativas elementares de consulta, inclusão e exclusão que modificam o conjunto corrente de regras da tabela de decisão subjacente;
- $\mathcal{AA}$: indica ação adaptativa posterior (opcional);
 $\mathcal{AA} \quad \mathcal{AD}$.

O corpo $\mathcal{AD}$ associado a cada função adaptativa $\mathcal{FAD}$ pode ser definido por uma lista de ações adaptativas elementares, podendo ser inclusive vazia, que indicam alterações impostas ao conjunto de regras, de acordo com o método multicritério $\mathcal{M}$ adotado.

Considerando $\mathcal{AD} = (\mathcal{AC}, \mathcal{AE}, \mathcal{AI})$ tem-se:

- $\mathcal{AC}$ ações adaptativas elementares de consulta (?): examinam o conjunto de regras do dispositivo para encontrar regras que satisfaçam os critérios impostos pelo processo;
- $\mathcal{AE}$ ações adaptativas elementares de exclusão (-): eliminam do conjunto de regras alguma regra redundante ou conflitante para o processo; essas ações adaptativas levam em conta como as tabelas de decisão tradicionais trabalham, na qual regras redundantes são as que possuem critérios que são indiferentes à escolha da alternativa, e regras conflitantes são aquelas em que o mesmo conjunto de critérios levam às alternativas diferentes, o que caracteriza uma incoerência;
- $\mathcal{AI}$ ações adaptativas elementares de inclusão (+): permitem adicionar uma nova regra ao conjunto de regras da tabela.

As ações adaptativas de $\mathcal{AD}$ são associadas às regras da tabela subjacente e agem sobre o conjunto de regras $\mathcal{R}$. Essas associações formam na camada adaptativa $\mathcal{CA}$, o conjunto de regras composto por $\mathcal{RA} = \{ra_j, 1 \leq j \leq n\}$, onde ra_j é definida por $(\mathcal{BA}, r_j, \mathcal{AA})$, sendo:

- $\mathcal{BA} \quad \mathcal{AD}$: se houver, indica ação adaptativa a ser executada antes de r_j ;
- r_j regra da tabela de decisão subjacente associada à ação adaptativa;
- $\mathcal{AA} \quad \mathcal{AD}$: se houver, é ação adaptativa executada depois de r_j .

É possível associar a cada regra r_j até duas ações adaptativas (opcionais) para formar ra_j , uma para especificar uma ação adaptativa ($\mathcal{BA}$) a ser executada antes que r_j seja realizada, e outra ação adaptativa ($\mathcal{AA}$) para ser aplicada após a execução de r_j . No caso particular em que ra_j é

idêntica a r_j , significa que a regra r_j da tabela subjacente não sofre influência de ações adaptativas.

Na $\mathcal{TDAE}$, as funções auxiliares em $\mathcal{FM}$ são executadas para determinar valores que estejam ausentes na regra procurada, como por exemplo, resultados que indiquem quais alternativas devem ser adotadas para a regra procurada. Os valores determinados, portanto, são utilizados na regra, para uma ação adaptativa de inclusão.

III. OPERAÇÃO DA $\mathcal{TDAE}$

A partir de uma configuração inicial predeterminada, a $\mathcal{TDAE}$ opera como uma tabela de decisão convencional, efetuando as buscas das regras procuradas pelo processo decisório, seguindo o método $\mathcal{M}$ definido por um especialista do assunto relacionado ao problema de decisão. O conjunto de regras inicial representa o “conhecimento” prévio contido na tabela de decisão, e é também definido pelo especialista.

Quando o algoritmo de decisão é executado, a $\mathcal{TDAE}$ deduz respostas a situações não previstas no início do processo, gerando outra configuração da tabela com novas informações adquiridas.

Durante a execução do algoritmo, os elementos da tabela de decisão inicial são analisados e julgados pelo decisor, e pelo método multicritério adotado são obtidos os pesos dos critérios e das alternativas, que refletem as preferências do decisor. Em seguida, esses pesos e essas preferências são usados em funções de utilidade associadas às regras, para gerar uma solução ou categorizar as regras iniciais. Deve-se observar que os mesmos valores também são usados pelas funções auxiliares de $\mathcal{FM}$ para definir situações ainda não previstas na tabela de decisão adaptativa.

No caso em que o decisor precisa buscar regras que contenham critérios específicos na $\mathcal{TDAE}$, é possível que uma das seguintes situações aconteça:

- uma regra idêntica é encontrada no conjunto de regras, ou seja, seus critérios são coincidentes aos procurados; neste caso, a regra é apresentada com as alternativas de decisão existentes;
- quando a regra procurada não é encontrada, uma função auxiliar de $\mathcal{FM}$ é chamada para determinar os valores ausentes na regra, seguida pela chamada de uma função adaptativa e ações adaptativas são executadas; essas ações adaptativas são responsáveis pela alteração da estrutura da tabela de decisão adaptativa, modificando sua configuração.

Em seguida, a partir da nova configuração, a $\mathcal{TDAE}$ pode ser utilizada outra vez para diferentes consultas.

A formalização da $\mathcal{TDAE}$ considera apenas casos determinísticos, pois regras redundantes ou conflitantes, como por exemplo, regras que possuem os mesmos valores para todos os critérios, mas apresentam alternativas de solução diferentes, são eliminadas pelas ações adaptativas de exclusão de regras.

IV. MÉTODOS MULTICRITÉRIO

Problemas de decisão multicritério apresentam, em geral, um conjunto de critérios, que podem ser quantitativos ou qualitativos ou ambos, associado a um conjunto de alternativas de solução possíveis, que são analisadas pelo decisor para a escolha de uma dentre elas. Para que a escolha seja feita de forma consistente, vários métodos, denominados métodos multicritério, são usados para apoiar a decisão.

A característica principal dos métodos multicritério é a que permite determinar uma relação de preferências entre as diversas alternativas de solução, uma vez que o decisor pode avaliar e demonstrar preferir uma, oferecendo, desta maneira, maior confiabilidade no seu julgamento. Outra particularidade importante desses métodos, diz respeito à flexibilidade na análise multicritério e à avaliação durante o processo decisório, reduzindo os seus aspectos subjetivos, e aumentando a eficiência da escolha.

De acordo com [5], existem grupos de pesquisa que seguem os conceitos originados na Escola Americana, e outros que seguem a linha da Escola Francesa ou Européia. Os primeiros têm como base a Teoria da Utilidade Multiatributo, cujos modelos de preferência utilizam funções de utilidade, que permitem avaliar a utilidade dos critérios, com a atribuição de pesos, em relação às alternativas do problema, o que, em consequência, resulta no valor da decisão [6]. São exemplos de métodos multicritério desta escola, AHP (*Analytic Hierarchy Process*), SMART (*Simple Multi-Attribute Rating Technique*) e MAHP (*Multiplicative AHP*).

Já as pesquisas na linha européia, utilizam funções de classificação ou categorização das alternativas (*Outranking*), que agrupam as alternativas em níveis de importância, de acordo com a avaliação das preferências do decisor. Fazem parte deste grupo, os métodos multicritério ELECTRE (*Elimination and Choice Translating Reality*), PROMETHEE (*Preference Ranking Method for Enrichment Evaluation*), MACBETH (*Measuring Attractiveness by a Categorical Based Evaluation Technique*), TOPSIS (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*), entre outros.

Deve-se observar que os métodos multicritério são importantes no apoio à elaboração de uma estrutura, que mostra de forma mais clara os elementos que compõem um problema de decisão, facilitando a escolha da decisão pelo decisor. Para isto, de acordo com [5], os métodos utilizam uma matriz de decisão, apresentada na figura 2:

- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_m\}$ conjunto de m critérios;
- $\mathcal{A} = \{a_1, a_2, \dots, a_j, \dots, a_p\}$ conjunto de p alternativas;
- $\mathcal{W} = (\mathcal{w}_1, \dots, \mathcal{w}_i, \dots, \mathcal{w}_m)^T$ vetor que contém os pesos $\mathcal{w}_i$ atribuídos a cada um dos critérios c_i ;
- $Z = (Z_{ij})_{m \times p}$ matriz de pontuações Z_{ij} para descrever o desempenho da alternativa a_j em relação a cada critério c_i ;

- $ax = (ax_1, \dots, ax_j, \dots, ax_p)$ vetor dos valores globais, no qual cada ax_j é associado à correspondente alternativa a_j .

Segundo [5], para a montagem da matriz de decisão, os métodos multicritério, inicialmente, exigem que o decisor julgue cada um dos critérios c_i do problema, para a obtenção do vetor de pesos $\mathcal{W}$. Os pesos refletem a importância relativa de cada critério, segundo o julgamento do decisor, e são obtidos por meio de funções de utilidade que variam de método para método.

		ax_1		ax_j		ax_p	
		a_1	.	a_j	.	a_p	
$\mathcal{w}_1$	c_1	$z_{1,1}$	.	$z_{1,j}$	.	$z_{1,p}$	
.	.	.	.	.	.	.	
$\mathcal{w}_i$	c_i	$z_{i,1}$	.	$z_{i,j}$	.	$z_{i,p}$	
.	.	.	.	.	.	.	
.	.	.	.	.	.	.	
$\mathcal{w}_m$	c_m	$z_{m,1}$	.	$z_{m,j}$	.	$z_{m,p}$	

Figura 2 – Matriz de decisão [5]

De maneira análoga, são obtidas as pontuações Z_{ij} que representam o desempenho da alternativa a_j em relação a cada critério c_i .

A partir da matriz de pontuações $Z = (Z_{ij})_{m \times p}$ e do vetor $\mathcal{W}$, cada método multicritério, de acordo com a classe a que pertencem, associará valores globais ax_j para cada uma das alternativas a_j , que são, então, avaliadas para a tomada da decisão.

Para os métodos que seguem a linha de pesquisa baseada na Teoria da Utilidade Multiatributo, as funções de utilidade agregam os pesos $\mathcal{w}_i$ dos critérios às pontuações Z_{ij} , para determinar os valores de utilidade ax_j . Nesses casos, normalmente, o maior valor de utilidade indica uma maior importância da alternativa associada [7], o que pode assinalar para a alternativa de ação, para alcançar a solução do problema.

Diferentemente, nos métodos da classe *Outranking*, os valores $\mathcal{w}_i$ e Z_{ij} são usados para categorizar cada alternativa a_j , agrupando-as em subconjuntos de alternativas viáveis, com o objetivo de reduzir o conjunto inicial de alternativas, ou apontar possíveis ações a serem tomadas [5]. Alguns métodos de categorização levam em conta a preferência de uma alternativa a_i em relação à alternativa a_j , outros consideram o nível de concordância, ou discordância, de uma em relação à outra, tendo como base os critérios do problema.

Diversas são as pesquisas e aplicações dos métodos multicritério de apoio à decisão, o que suscitaram o desenvolvimento de implementações computacionais para apoiar e aumentar a eficiência do processo decisório, principalmente, para reduzir a subjetividade dos julgamentos do decisor.

Pode-se destacar o software *Expert Choice* desenvolvido para o método AHP, considerado um dos mais utilizados a nível internacional [8]. Também são exemplos de sistemas de apoio à decisão multicritério: *VIP Analysis* (*Variable Interdependent Parameters Analysis for Multicriteria Choice Problems*), *IRIS* (*Interactive Robustness Analysis and Parameters' Inference for Multicriteria Sorting Problems*), *SRF*, *TRIMAP*, *LinearTri*, *MOMILP* (*Multiple Objective Mixed Integer Linear Programming Package*), *InterFractional*, e outros.

Cabe observar que não há um método multicritério que seja considerado o melhor, pois cada um tem suas vantagens e desvantagens. Um estudo comparativo entre os métodos, encontrado em [8], mostra que a forma como os critérios são julgados, as funções de utilidade usadas para encontrar e tratar os pesos dos critérios e os valores globais das alternativas, podem influenciar nos resultados finais para um mesmo problema de decisão.

Em [8] são analisados e comparados os métodos multicritério AHP, ELECTRE I e MAHP quanto à sua aplicabilidade, onde são considerados, entre outros fatores, o tipo de entrada de dados que pode ser utilizado, qual saída ou decisão pode ser obtida, a existência de *software* no mercado e sua facilidade de uso. Os resultados do estudo mostram que o método AHP é o que apresenta maior número de publicações e aplicações práticas, devido à facilidade de entendimento, apesar de algumas restrições quanto ao número de julgamentos.

O método AHP (Processo de Hierarquia Analítica) foi desenvolvido por Thomas L. Saaty na década de 70, para apoiar problemas de tomada de decisão com múltiplos critérios. Sua principal característica tem como base a decomposição hierárquica do problema, criando-se uma hierarquia de critérios [9] e convertendo avaliações subjetivas de importância relativa em um conjunto de pontuações ou pesos gerais. A metodologia do modelo AHP consiste de três fases principais: estruturação do problema; julgamentos comparativos e análise das prioridades.

O método propõe ao decisor que o problema de decisão, primeiramente, seja estruturado ou decomposto em partes, representando as partes em níveis hierárquicos, para facilitar a sua compreensão e visualizar a sua estruturação através de um modelo formal. No nível mais alto da estrutura, no topo, é representado o objetivo da decisão, seguido pelos níveis de critérios e subcritérios, caso existam, e finalizando com o nível das alternativas, mostrando as relações entre os elementos. A figura 3 ilustra um problema de decisão e seus níveis hierárquicos.

A metodologia do método AHP é descrita na próxima seção junto ao algoritmo de tomada de decisão, que expressa a operação da *TDÆ* e uma aplicação.

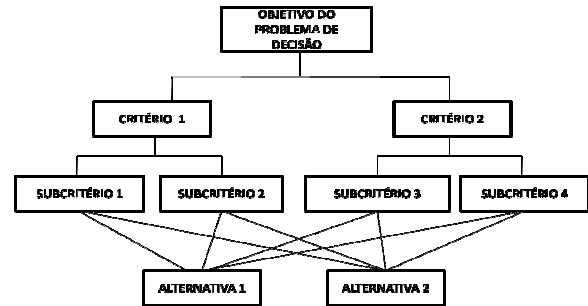


Figura 3 – Exemplo de hierarquia de um problema de decisão

V. APLICAÇÃO DA *TDÆ* NA TOMADA DE DECISÃO

Primeiramente, deve-se ressaltar que, considerando o formalismo da *TDÆ*, a sua aplicação apoiada em um algoritmo de tomada de decisão pode ser vista sob dois aspectos:

- a *TDÆ* faz o papel de decisor, onde a solução do problema de decisão é apresentada pelo próprio dispositivo, ao final do processo decisório;
- a *TDÆ* pode ser utilizada como uma ferramenta para consulta de decisões parciais, deixando que a decisão final seja tomada pelo decisor ou pelo especialista do particular problema de decisão; nesse sentido, o algoritmo pode apresentar um conjunto de possíveis soluções viáveis para o problema, segundo o método multicritério adotado.

Nesta seção é descrita uma aplicação da *TDÆ*, na qual o método multicritério $\mathcal{M}$ adotado é o AHP, escolha motivada pelas razões apresentadas anteriormente. Além disso, o método possibilita uma modelagem hierárquica do problema, na qual os objetivos a serem alcançados, os critérios envolvidos e as alternativas de solução sejam identificados e relacionados. Também suas técnicas de julgamento e suas medidas de consistência tornam menos subjetivas as avaliações do decisor durante o processo de decisão.

A operação da *TDÆ* tem como base um algoritmo composto por três módulos principais:

- Módulo I: definição da tabela de decisão subjacente, com a inserção dos critérios, das alternativas e das regras do problema de decisão;
- Módulo II: geração da matriz de decisão, cujos valores representam os pesos e as preferências relativas dos critérios e das alternativas, em decorrência dos julgamentos do decisor;
- Módulo III: elaboração da camada adaptativa e uso da *TDÆ* para consultas e tomada de decisão.

Módulo I da *TDÆ*

Para a definição da tabela de decisão subjacente, é importante que o decisor defina e compreenda com clareza o

problema de tomada de decisão. É necessário que ele identifique os objetivos a serem atingidos, relacionando os critérios que influenciam nas diversas possibilidades ou alternativas de ação, para gerar um modelo que sintetize e represente adequadamente as informações do problema.

O modelo representado numa tabela de decisão convencional atende as características padrão da metodologia de tomada de decisão de múltiplos critérios, onde cada uma das linhas se refere a um critério, e cada uma das colunas, às regras que estabelecem as alternativas a serem executadas para as diversas combinações possíveis de valores assumidos pelos critérios.

Numa aplicação em que o problema de decisão possui m critérios, p alternativas e n regras, a configuração inicial t_0 da tabela de decisão tem o formato apresentado na figura 4, onde o decisor deve preencher os valores $d_{i,j}$ (“S” ou “N”) de cada critério C_i a ser satisfeito, ou não, na regra r_j , bem como assinalar as alternativas $x_{k,j}$ (“X” ou deixar em branco) quando a ação deve ser executada, ou não, para cada combinação dos critérios.

	Regras					
	r_1	r_2	...	r_j	...	r_n
Critério C_1						
Critério C_2						
...						
Critério C_i				$d_{i,j}$		
...						
Critério C_m						
Alternativa a_1						
Alternativa a_2						
...						
Alternativa a_k				$x_{k,j}$		
...						
Alternativa a_p						

Figura 4 – Tabela de decisão convencional

Módulo II da TDAE

Como no método multicritério AHP, este módulo permite que o decisor compare os critérios aos pares, entrando com valores que reflitam o seu julgamento, mostrando qual a intensidade de importância de cada critério C_i em relação a outro C_j , de acordo com a escala fundamental de Saaty [9], mostrada na figura 5.

A escala, imposta pelo método possibilita traduzir em valores quantitativos as preferências do decisor, que normalmente são expressas de modo verbal quando usa adjetivos, e podem ser revistos quando os resultados apresentam algum conflito entre as preferências.

Escala	Significado
1	importância ou preferência igual: os critérios são igualmente importantes
3	importância ou preferência moderada por um em relação ao outro: um critério é um pouco mais importante que outro
5	importância ou preferência forte ou essencial: o julgamento favorece fortemente um critério em relação ao outro
7	importância ou preferência muito forte ou demonstrada: um critério é muito fortemente importante em relação ao outro
9	extrema importância ou preferência: um critério é extremamente preferível a outro
2, 4, 6, 8	valores usados em julgamentos intermediários

Figura 5 – Escala Fundamental de Saaty

Nessa primeira etapa do módulo é gerada uma matriz E de julgamentos (figura 6).

	C_1	...	C_i	C_j	...	C_m
C_1	...	...	...	...	...	...
...	...	...	...	...	...	...
C_i	...	...	$E_{i,i}$	$E_{i,j}$	...	...
C_j	...	...	$E_{j,i}$	$E_{j,j}$	...	...
...	...	...	...	...	...	...
C_m	...	...	...	...	...	...

Figura 6 – Matriz E de julgamentos aos pares entre os critérios

Os valores $E_{i,j}$ representam, portanto, os valores de julgamento do decisor ao comparar o critério C_i com o critério C_j , sendo o recíproco do valor $1/E_{i,j}$ estabelecido para a comparação de C_j com C_i . Na comparação do critério C_i com ele mesmo, o julgamento de valor igual a 1 deve ser atribuído.

Para a obtenção do vetor de pesos w , que indicam as importâncias relativas de cada critério, os elementos da matriz E são normalizados. Porém, para que os pesos sejam aceitos, [10] observa que é necessário verificar se os julgamentos são consistentes. Para isso, criou uma grandeza denominada razão de consistência (CR), cujo valor de aceitação é de até 0.10, ou seja, de 10%. Se o valor CR ultrapassar o limite de aceitação, o decisor deve rever os seus julgamentos para que o índice seja reduzido.

A razão de consistência CR é melhor compreendida a partir da álgebra matricial [9]. Na expressão $E \cdot w = m \cdot w$, w é definido como um autovetor de E e m como autovalor.

De acordo com [11], se $\lambda_1, \dots, \lambda_m$, números reais ou complexos satisfazem a expressão anterior, são definidos como autovalores de E , e se $E_{i,i} = 1$ para todo i , a seguinte somatória é válida:

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i = m$$

Logo, se $E \cdot w = m \cdot w$, então, todos os autovalores são zero, exceto um, que é m . No caso consistente, m será o maior autovalor de E ($\lambda_{\max} = m$).

Além disso, se os elementos $E_{i,j}$ de uma matriz recíproca positiva E variarem em pequenos valores, então os autovalores também variarão por pequenas quantidades.

Portanto, a combinação dos dois resultados, e considerando que os valores da diagonal principal $E_{i,i} = 1$ da matriz E , e se E for consistente, pequenas variações de $E_{i,j}$ manterão o autovalor $\lambda_{\max}$ próximo de m , e os autovalores restantes próximos de zero. O pequeno desvio de λ_m a partir de m é uma medida de consistência. Denotando por CI o índice de consistência, tem-se a expressão:

$$CI = \frac{\lambda_{\max} - m}{m - 1}$$

Por outro lado, [9] gerou uma tabela de índices que mede a consistência de matrizes recíprocas geradas aleatoriamente, baseadas na escala de 1 a 9, com recíprocas forçadas, para matrizes de ordem 1 até 15. Os índices encontrados na pesquisa, denominados índice de consistência randômico (ICR), são usados para determinar a razão de consistência CR , que determina a aceitação dos julgamentos do decisor:

$$CR = \frac{CI}{ICR}$$

[9] observa que para matrizes de ordem menor que 3, os julgamentos são sempre consistentes, portanto, não há necessidade de apurar CR .

Segundo [10], o número de critérios não deve superar a 7, por representar um bom limite prático, pelo menos em relação à consistência. [10] parte, também, do pressuposto de que para quantidades superiores, os julgamentos tendem a se tornar inconsistentes pelas dificuldades de análise do próprio decisor.

A próxima etapa do módulo II consiste na criação da matriz Z de desempenho de cada alternativa em relação ao conjunto de critérios (figura 7). Cada valor $Z_{i,j}$ descreve a preferência da alternativa a_j em relação a cada critério c_i , de acordo com os julgamentos do decisor. O algoritmo, neste caso, também verifica a consistência dos julgamentos. No caso em que os julgamentos se mostrarem inconsistentes, o decisor deve revê-los.

	c_1	c_2	...	c_j	...	c_m
a_1						
...						
...						
a_i				$Z_{i,j}$		
...						
...						
a_p						

Figura 7 – Matriz Z de desempenho das alternativas em relação aos critérios

A partir da matriz Z , é possível agregar as importâncias relativas dos critérios w_i e os níveis de preferência $Z_{i,j}$ de cada alternativa em relação a cada critério, para obter o valor global ax_j de cada alternativa, determinando o vetor:

$$ax = Z \cdot w.$$

Os pesos w_i dos critérios e os valores globais ax_j das alternativas podem, desta maneira, ser utilizados para determinar a melhor solução do problema, ou obter um conjunto de soluções viáveis, segundo o método multicritério adotado pelo decisor.

O algoritmo da $TDAE$, porém, segue com os valores para ordenar o vetor ax dos valores globais das alternativas, ordenando-o pela alternativa de maior importância para a de menor importância. Em seguida, as regras da tabela de decisão são tratadas, isto é, são ordenadas com o objetivo de mostrar as regras que apresentem melhores possibilidades de solução, segundo os pesos dos critérios e dos valores das alternativas.

Módulo III da $TDAE$

Com a tabela de decisão ordenada, o decisor pode utilizá-la para buscar regras específicas. É neste módulo do algoritmo que a $TDAE$ executa os passos definidos na camada adaptativa, para regras não previstas no início do processo decisório.

Para a montagem da camada adaptativa da $TDAE$, é possível implementá-la quando da escolha prévia do método multicritério, ou definida pelo decisor. Nesta etapa, são especificadas as funções adaptativas e definidas as ações adaptativas elementares de cada função.

Na aplicação particular deste trabalho, duas funções adaptativas $\mathcal{F}1$ e $\mathcal{F}2$ são declaradas:

- $\mathcal{F}1(p_1, p_2, p_3, \dots, p_i, v_1, v_2, \dots, v_j, g_1)$, onde:
 $\mathcal{F}1$ é a identificação da função adaptativa, composta por parâmetros, variáveis e geradores;
- definição das suas ações adaptativas elementares, na qual *regrap* representa um padrão (“template”) de regra:
ação adaptativa elementar de consulta: ? [*regrap*]
ação adaptativa elementar de inclusão: + [*regrap*]
- $\mathcal{F}2(p_{i+1}, p_{i+2}, \dots, v_{j+1}, v_{j+2}, \dots, g_2)$:
 $\mathcal{F}2$ é a identificação da função adaptativa, seguida por parâmetros, variáveis e geradores;
- ações adaptativas elementares:
ação adaptativa elementar de consulta: ? [*regrap*]
ação adaptativa elementar de consulta: ? [*regrap*]
ação adaptativa elementar de exclusão: – [*regrap*]

Cabe lembrar que as funções auxiliares $\mathcal{FM}$ são implementadas entre a tabela de decisão subjacente e a camada adaptativa, e dependem do método multicritério $\mathcal{M}$ adotado. Nesta aplicação, as funções auxiliares procuram determinar valores ausentes nas regras procuradas.

Uma vez definida a camada adaptativa, a *TDÆ* pode ser utilizada pelo decisor para buscar regras específicas na tabela de decisão e obter uma resposta.

O algoritmo solicita, como entrada da busca, os parâmetros da regra que será pesquisada na *TDÆ*, que neste caso, correspondem à uma combinação de critérios que compõem a regra. Seja, portanto, a regra *rcc* ($C_1, C_2, \dots, C_m$) a regra a ser consultada, onde cada C_i é um valor binário (“S” ou “N”).

Uma pesquisa é inicialmente realizada na *TDÆ*, ou melhor, o conjunto de regras da tabela de decisão subjacente é percorrido para procurar *rcc*. No caso em que uma regra da tabela tenha os critérios idênticos à da regra *rcc*, significa que a alternativa de solução procurada está indicada na regra encontrada na tabela, e o processo continua para outras consultas.

No caso, porém, em que a pesquisa na tabela subjacente encontra a regra E (End – última regra da tabela), significa que a regra *rcc* não existe. Logo, uma função auxiliar em *FM* é chamada na regra E e executada. Nesta aplicação, a função auxiliar determina os valores ausentes na regra *rcc*, que consiste em indicar quais alternativas serão associadas à regra.

Essa função auxiliar, semelhante a uma função de utilidade, tem como fundamento os elementos existentes, tais como, os exemplos da tabela de decisão subjacente, os pesos w dos critérios, ordenados de acordo com a sua importância relativa, e os valores globais ax das alternativas, também ordenados. Portanto, a função auxiliar determina o peso da regra *rcc*, utilizando para isto, os pesos dos critérios w já obtidos pelo método AHP, nas etapas anteriores do algoritmo. Em seguida, a função auxiliar, tendo como base os valores globais ax das alternativas, indica quais alternativas $a_1, a_2, \dots, a_p$ serão atribuídas à regra *rcc*.

Quando a função auxiliar em *FM* determina o peso da regra *rcc*, é possível definir a posição de *rcc* na *TDÆ*, uma vez que as suas regras estão ordenadas de acordo com os seus pesos. A regra *rcc* pode ser incluída na *TDÆ* por meio de uma ação adaptativa de inclusão, com a chamada da função adaptativa *F1*. Essa ação adaptativa gera um número (ou nome) em g_1 , que permite o acréscimo de uma coluna na *TDÆ*, que será ocupada por *rcc*.

Neste instante a *TDÆ* se apresenta numa nova configuração, e a função adaptativa *F2* posterior é chamada, para que a ação adaptativa de consulta seja executada. Essa ação adaptativa de consulta inspeciona as regras na tabela de decisão subjacente para verificar se há regras redundantes.

Essas regras são as que têm critérios que são indiferentes, ou seja, os critérios estando presentes (“S”), ou não (“N”), levam às mesmas alternativas, portanto, não interferem nas regras. No caso em que essas regras sejam encontradas, elas

são assinaladas e ações adaptativas de exclusão de *F2* excluem as regras da tabela. Em seguida, uma regra combinada é gerada por uma função auxiliar *FM*, com todos os elementos iguais, a menos dos critérios que são indiferentes, para os quais são atribuídos um traço “–” (ou branco). Uma ação adaptativa de inclusão de *F1* é executada, para que essa regra combinada seja incluída na tabela. Dessa maneira, uma nova configuração da *TDÆ* é apresentada.

Deve-se observar que regras combinadas, resultantes da fusão de regras redundantes, reduzem a quantidade de regras da tabela de decisão, melhorando o desempenho do algoritmo de decisão durante a busca de regras.

A partir da configuração corrente da *TDÆ*, novas consultas podem ser realizadas para outras regras.

Opcionalmente, a ação adaptativa de exclusão de regras pode ser usada no início do algoritmo de decisão, após a conclusão do módulo I. A execução desta ação adaptativa pode verificar a existência de regras redundantes ou conflitantes, já na configuração inicial t_0 da tabela de decisão, introduzida pelo decisor.

VI. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentada a formulação da Tabela de Decisão Adaptativa Estendida (*TDÆ*), que é uma extensão das tabelas de decisão adaptativas. O dispositivo *TDÆ* tem como origem a tabela de decisão convencional, na qual são agregados os métodos multicritério e as técnicas adaptativas.

O trabalho descreve sua aplicabilidade na tomada de decisão, em particular em problemas de decisão que envolvem múltiplos critérios. Pelo seu caráter genérico, a *TDÆ* é um dispositivo adaptativo que pode representar mais uma opção de dispositivo para apoiar processos decisórios.

O algoritmo de tomada de decisão da *TDÆ*, como foi visto, integra o uso de métodos multicritério e técnicas adaptativas, que tem como base o conjunto de regras iniciais da tabela de decisão subjacente, na qual, para um particular problema de decisão, o conhecimento do decisor é expresso. A partir deste conjunto de regras, para situações não previstas, no caso de regras não encontradas na tabela, a *TDÆ* procura apresentar soluções para elas, a partir do conhecimento existente, da execução da lógica interna e das novas informações.

No entanto, a formulação da *TDÆ* restringe as ações adaptativas para determinados problemas de decisão. Alguns métodos multicritério, tais como ELECTRE e PROMETHEE, até mesmo o AHP, preveem alterações nos conjuntos dos critérios e das alternativas, possibilitando a inclusão ou exclusão desses elementos no conjunto original do problema [12]. As ações adaptativas na *TDÆ* atuam sobre o conjunto

de regras, alterando o número de regras, agindo, somente, nas colunas da tabela de decisão adaptativa. A adaptatividade da *TDÆ* formulada permite, portanto, apenas operações envolvendo regras (colunas) e não considera modificações sobre as linhas da tabela de decisão subjacente, o que representa uma limitação.

Outra observação diz respeito aos métodos multicritério, que apresentam um comportamento que impõe restrições quanto à quantidade de critérios e alternativas do problema de decisão. Isto se deve ao número de comparações que é realizado entre eles, aos pares, que pode crescer muito rapidamente com o tamanho das matrizes, o que influencia na resposta do algoritmo proposto da *TDÆ*, tanto em relação ao tempo, quanto ao espaço.

Um estudo de tempo e espaço do algoritmo da *TDÆ* pode ser encontrado em [3]. Os resultados mostram que o algoritmo de tomada de decisão da *TDÆ*, tanto no custo de consumo de memória, quanto no tempo de execução, são dependentes das entradas da tabela de decisão, ou seja, dependem da quantidade de critérios e alternativas do problema. No entanto, não foi possível relacionar os comprimentos das diversas entradas, pois elas não possuem um padrão de medida comum. Os resultados da análise do custo, também, mostram a dependência entre o número de funções auxiliares, das funções adaptativas utilizadas e da escolha do método multicritério. Além disso, a adição ou eliminação de algum critério ou alternativa pode afetar significativamente os julgamentos do decisor, e em consequência os pesos e a ordem de preferência dos mesmos.

Apesar destas restrições, a formulação da *TDÆ* é multidisciplinar, por integrar fundamentos adaptativos, métodos de tomada de decisão multicritério e modelos tradicionais, tais como as tabelas de decisão, o que contribui nos estudos dessas áreas. Sua formulação mostra a consistência entre os conceitos teóricos envolvidos, ao incorporar métodos multicritério e o conceito de adaptatividade para os ajustes necessários na busca de soluções para um problema de decisão.

Para a área da Tecnologia Adaptativa, a *TDÆ* representa um importante estudo do uso de técnicas adaptativas em aplicações envolvendo processos decisórios, e se mostra como uma alternativa prática de especificação e análise de problemas de decisão, cujo comportamento é dinâmico e variável.

A formulação da *TDÆ* traz uma interessante contribuição, quando inclui o conceito de funções auxiliares *FM*, que operam como interface entre a implementação conceitual das tabelas de decisão adaptativas originais e os métodos de tomada de decisão. As funções auxiliares substituem trabalhosos algoritmos envolvendo elementos básicos da tabela de decisão adaptativa (regras) por algoritmos equivalentes mais eficientes. Essas funções podem ser implementadas ou simuladas usando linguagens de programação convencionais, e integradas aos mecanismos de

decisão e de automodificação das tabelas de decisão adaptativas.

Desta maneira, a *TDÆ* mostra que as tabelas de decisão adaptativas, originalmente definidas por [1], podem ser estendidas de várias maneiras com vantagens práticas, tornando-se viáveis para outras aplicações de problemas de decisão. Nos problemas de otimização, por exemplo, as tabelas de decisão adaptativas podem modificar a forma de resolução dos problemas, incorporando técnicas adaptativas às funções tradicionais de maximização ou minimização, e alterar, tanto a quantidade de variáveis, quanto o seu conjunto de restrições, de forma autônoma e dinâmica.

A incorporação do conceito de adaptatividade multicamada pode ampliar o uso da *TDÆ*. Assim, uma ou mais camadas adaptativas poderiam ser adicionadas sobre a já existente na *TDÆ*, para permitir, por exemplo, que ações adaptativas possam excluir critérios e alternativas, ou incluir novos critérios e alternativas ao conjunto inicial, agindo, portanto, sobre a quantidade de linhas da *TDÆ*.

Outro aspecto que pode aumentar a capacidade de processamento do algoritmo da *TDÆ* é a implementação de estruturas hierárquicas de vários níveis, que o método AHP admite. Para isto, é possível representar os diferentes níveis de decisão em tabelas de decisão individuais. Essas tabelas podem ser vinculadas e controladas por meio de uma tabela de decisão principal, na qual existiriam regras cujas condições executariam as chamadas de tabelas de decisão de níveis subsequentes. As tabelas de decisão vinculadas poderiam ser estáticas, logo, não se alterariam durante o processo, ou adaptativas, para que de forma independente se automodificassem, mudando as regras de cada uma.

A formulação da *TDÆ* pode ser estendida e sua camada adaptativa modificada para suportar decisões em grupo. De acordo com [5], uma decisão em grupo envolve diversos decisores com habilidades, experiências e conhecimentos individuais, e o método multicritério deve sintetizar as decisões do grupo, levando em consideração os diferentes perfis de cada um. Os vários métodos multicritério, tais como AHP, ELECTRE e PROMETHEE, já possuem estudos estendidos para suportar decisões em grupo, e as pesquisas nessa área buscam formas de medição, que sintetizem e possam representar, o mais próximo possível, os julgamentos dos decisores. Seria interessante que estudos com uso de técnicas adaptativas pudessem, também, seguir nessa linha de pesquisa, pois parecem bastante promissoras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] NETO, J. J., *Adaptive Rule-Driven Devices - General Formulation and Case Study*. Lecture Notes in Computer Science. Watson, B.W. and Wood, D. (Eds.): Implementation and Application of Automata 6th International Conference, CIAA 2001, Vol. 2494, Pretoria, South Africa, July 23-25, Springer-Verlag, 2001, pp. 234-250.
- [2] ROY, B. *Multicriteria methodology goes decision aiding*. Kluwer Academic Publishers, 1996.

- [3] TCHEMRA, A. H. Tabela de decisão adaptativa na tomada de decisões multicritério. Tese (Doutorado), Escola Politécnica da USP, São Paulo, 2009.
- [4] O'BRIEN, J. A. Sistemas de informação e as decisões gerenciais na era da Internet. 2. ed. São Paulo: Saraiva, 2004.
- [5] FÜLÖP, J. Introduction to Decision Making Methods. Laboratory of Operations Research and Decision Systems, Computer and Automation Institute. Hungarian: Academy of Sciences, 2005.
- [6] GOMES, L. F. A. M.; ARAYA, M. C. G.; CARIGNANO, C. Tomada de decisões em cenários complexos. São Paulo, Pioneira Thomson Learning, 2004.
- [7] KEENEY, R.; RAIFFA, H. Decisions with multiple objectives: preferences and value tradeoffs. New York: Willey, 1976.
- [8] GUGLIELMETTI, F. R.; MARINS, F. A. S.; SALOMON, V. A. P. Comparação teórica entre métodos de auxílio à tomada de decisão por múltiplos critérios. XXIII ENEGEP - Ouro Preto, Minas Gerais, 2003.
- [9] SAATY, T.L. Método de Análise Hierárquica. São Paulo: McGraw – Hill, Makron, 1991.
- [10] SAATY, T.L. Fundamentals of decision making and priority theory with the Analytic Hierarchy Process. VI v. Pittsburgh: RWS Publications, 1994.
- [11] NICHOLSON, W. K. Álgebra Linear. 2. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006.
- [12] DAGDEVIREN, M. Decision making in equipment selection: an integrated approach with AHP and PROMETHEE. Springer Netherlands: Journal of Intelligent Manufacturing, 19 v., n. 4, 2008.

Angela Hum Tchemra é doutora em Engenharia Elétrica, pelo Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, mestre em Administração de Empresas pela Universidade Presbiteriana Mackenzie e bacharel e licenciada em Matemática pela mesma universidade. Atualmente é professora de cursos de graduação na Universidade Presbiteriana Mackenzie, Faculdade de Engenharia São Paulo e Fundação Armando Álvares Penteado.